

## Математическое моделирование исторических процессов. Клиодинамика

П. В. Турчин

*Клиодинамика – новая междисциплинарная область исследований, объединяющая подходы исторической макросоциологии, теоретической истории, математического моделирования долгосрочных социальных процессов, построения и использования исторических баз данных, исследований социальной эволюции, исторической демографии и др. Задачей клиодинамики должны стать поиск объединяющих теорий и проверка их на основе разнообразных массивов данных – исторических, археологических и т. д.*

**Ключевые слова:** *клиометрия, гипотеза, объективное знание, математическое моделирование, система, подсистема, клиодинамика.*

Мыслители прошлого и современные ученые много спорили о том, может ли история быть такой же наукой, как физика или биология. История, конечно, состоялась как описательная наука, и источниковедение – не менее трудный и технический предмет, чем, скажем, материаловедение. Но физика и другие естественные науки совершили переход от описательной к теоретической, «объяснительной» науке. В XIX в. на волне впечатляющих успехов естественных наук многие думали, что вскоре наступит черед и истории. Лев Толстой, например, посвятил этому вопросу вторую часть эпилога «Войны и мира». Но этого не произошло. Кстати, многим другим общественным/гуманитарным дисциплинам – экономике, социологии, антропологии, лингвистике – удалось преодолеть этот барьер, а истории – нет.

Большинство мыслителей пришли к заключению, что между историей и естественными науками есть качественная разница, потому что исторические процессы слишком сложны, да и по сути своей отличаются от физических и биологических процессов. Так думал один из влиятельнейших философов XX в. Карл Поппер (Popper 1957). По-видимому, многие современные исследователи придерживаются подобной точки зрения. Тем не менее авторы исторических книг (включая «Выбирая свою историю», см.: Карацуба и др. 2005) всегда каким-то образом объясняют логику со-

*История и Математика: футурология и методология 2015 106–117*

бытий, которые они описывают. Никто не ограничивается сухим изложением фактов; какая-то теория процесса, пусть явно не вербализуемая, обитает на задворках сознания автора. Но по-настоящему что-то объяснить без общих законов (в широком смысле этого слова) невозможно – в этом философы едины.

Если объективных законов нет, то успех исторического труда определяется в большей степени литературным талантом автора, чем его аналитическими способностями или научным авторитетом (аргументы академика выглядят более убедительно, чем доводы кандидата исторических наук), либо идеологическими установками, превалирующими в обществе на данный момент. Собственно, так обычно и происходит в традиционной исторической науке. Неудивительно, что в последние десятилетия часто приходится слышать о кризисе исторической науки как в России, так и за рубежом.

Яркое свидетельство кризиса российской истории – катастрофический успех «Новой хронологии» А. Т. Фоменко и его последователей, который поначалу оказался полной неожиданностью для профессиональных историков. Оказалось, что читающая публика в своей массе предпочла пойти (хотя бы и временно) за очевидными (для любого мало-мальски сведущего в истории человека) фальсификаторами, чем за историками-профессионалами.

Претензию к традиционной истории можно сформулировать так. Где тот процесс, с помощью которого одни гипотезы отвергаются в пользу других? Если историки отказываются участвовать в этом процессе, то стоит ли удивляться, что найдутся желающие извне? Проиллюстрируем эту проблему на примере Римской истории. Историки выдвинули сотни различных гипотез, которые объясняют, почему Римская империя пала. Хуже всего то, что список гипотез не уменьшается со временем, а только растет. Это как если бы на уроках физики учитель рассказывал нам не только о молекулярной теории тепла, но и о теории флогистона, а затем заключал, что и у той и у другой теории есть свои приверженцы (а еще хуже было бы, если бы мы склонялись к той теории, которая описана в более «цветистых» терминах).

Весь ход науки, по тому же Карлу Попперу (1902–1994), заключается в том, что какие-то теории отвергаются, а другие подтверждаются. Этого не происходит в истории, а если и происходит, то по соображениям моды или политической корректности, когда некое объяснение отвергается, потому что оно не соответствует идеологическим установкам общества или его влиятельного сегмента.

На самом деле, конечно, не все так плохо, и в исторической науке происходит свой тектонический сдвиг (именно поэтому, когда мы говорили о кризисе, речь шла о кризисе *традиционной* исторической науки).

Была ведь французская школа «Анналов», возможно, наиболее влиятельное историческое течение прошлого века. Когда это течение выдохлось, эстафета перешла к «новой» экономической истории – направлению, которое потом оформилось как клиометрия (см.: Williamson 1991). Это течение может даже похвастаться своими нобелевскими лауреатами.

Приведем лишь один пример реальных достижений клиометрии. До середины прошлого века среди ученых-обществоведов царило мнение, что экономические системы, основанные на труде рабов, в принципе менее эффективны, чем системы, основанные на свободном труде. Однако когда экономические историки, среди которых был и будущий нобелевский лауреат Роберт Фогель (1926–2013), проанализировали большой массив данных, имеющихся для США, они обнаружили, что рабы производили существенно больше продукции за единицу времени, чем свободные фермеры (Fogel, Elton 1983). Этот результат вызвал бурю протеста как среди историков, так и среди широкой среды интеллектуалов. Он полностью противоречил идеологическим установкам как либералов, так и марксистов, – тут правые и левые были едины. Результаты Фогеля и других были проверены и перепроверены. Был привлечен еще больший массив данных, методы анализа были усовершенствованы. А общий вывод остался тем же. Усовершенствованные модели и данные показали, что в количественном выражении преимущество рабского труда над свободным на американских плантациях оказалось даже выше, чем было оценено первоначально. И этот вывод был широко признан научным сообществом. Получается, что хозяйственная система, полностью неприемлемая по моральным соображениям, тем не менее может быть более эффективной экономически (Там же).

Чем этот пример знаменателен? Тем, что были выдвинуты альтернативные гипотезы, проведена большая эмпирическая и теоретическая работа и на этом основании одна из гипотез была отвергнута в пользу другой. И это несмотря на то, что всем участникам противостояния, включая сторонников гипотезы большей эффективности рабского труда, очень не хотелось верить в эту гипотезу (куклуксклановцев среди них не было). Значит, тот процесс, в результате которого одни гипотезы отвергаются в пользу других (то есть, попросту говоря, научный метод), возможен и в исторических приложениях.

Понятно, что человека, по-настоящему убежденного в том, что история не может быть наукой, вышеизложенный пример ни в чем не убедит. Любкой консенсус, достигнутый группой «немолодых белых мужчин среднего класса», конечно же, просто результат их социальной запрограммированности или выполнения ими заказа правящей верхушки. Если объективного знания нет, то и наука в обычном понимании невозможна. Кстати, постмодернизм в гуманитарных дисциплинах – не единственное современное антинаучное движение. У биологов в Америке, например,

есть своя Немезида – сторонники так называемой «науки о сотворении мира» (креационизма), учения, которое отвергает, в частности, теорию эволюции (да и большую часть геологии). Однако большинство скептиков не принадлежат к классу людей, отрицающих объективное знание, с кем дискуссия в принципе невозможна.

Первая реакция на проблему математической истории – а где тут предмет теоретического знания, то есть что можно моделировать? Если история не более чем собрание каких-то фактов, то основные вопросы будут такими: «А было ли Ледовое побоище?» или «А умертвил ли Ричард Глостерский своих племянников в Тауэре?» Но есть ведь и другие вопросы: почему же пала Римская империя? Какие общие причины и закономерности объясняют крах больших аграрных государств (объяснение класса событий, а не единичного факта)?

Вторая реакция – как можно выдвигать теории, да еще и пытаться описывать эти теории математическим языком, когда очевидно, что история хаотична и полна случайностей, что в ней присутствует гигантский субъективный фактор, ведь никто не отменял свободу воли. Для многих история – это «каша» событий, без особых причин и закономерностей. Ход истории – процесс чрезвычайно сложный и многофакторный, люди обладают свободой воли, и поведение отдельно взятого человека в принципе непредсказуемо. Однако из этого не следует, что поведение больших людских масс полностью непредсказуемо. Когда мы думаем об успехах физических наук, нам в первую очередь приходят на ум ньютоновская механика и объяснение движения планет. Ясно, что в истории ничего подобного нет и не будет. Но, впрочем, и в естественных науках такие примеры идеально предсказуемой динамики чрезвычайно редки. Более продуктивна метафора из биологии. Представьте себе реальный лес: холмы и низины, ручьи и лужи, множество растений разного вида и размера – от мхов до дубов, их едят разнообразные насекомые, тех едят птицы. Вокруг бегают мыши и зайцы, растут грибы и плесень, ползают черви. В общем, полная неразбериха.

Казалось бы, какие могут быть закономерности в хаосе природы? Стоя в реальном лесу и видя всю его сложность и многообразие, естественно предположить, что колебания численности разных организмов будут чрезвычайно хаотичными, случайными. Для большинства популяций так оно и есть. Однако, тем не менее, на определенном уровне это биологическое сообщество предсказуемо. Например, лиственничные леса в горах Швейцарии каждые 8–9 лет желтеют и «лысеют» – теряют все иголки, к неудовольствию туристов. Оказывается, на этих горных склонах живут определенные гусеницы, численность которых достигает пика каждые 8,5 лет. На пике насекомые пожирают все иголки деревьев, а затем в течение 3–4 лет их численность падает в 100 000 раз! После этого начина-

ется популяционный подъем и новый цикл. Практически каждый лесной массив мира, особенно в северных широтах, имеет своих «жуков-вредителей», среди которых наблюдаются периодические вспышки размножения (Turchin 2003).

Данные циклы вызываются одним и тем же общим экологическим механизмом. Причем всего лишь двадцать лет назад экологи серьезно рассматривали более дюжины общих гипотез, объясняющих циклы. Но за последние два десятилетия в результате математического моделирования гипотез, полевых экспериментов и синтеза теорий с данными большинство альтернативных объяснений были отвергнуты (Turchin 2003).

Человеческие общества сложны, но неочевидно, что они на порядки сложнее, чем целые экосистемы. Конечно, у людей есть свобода воли. Но это не значит, что поведение людей труднее предсказать, чем поведение какого-нибудь жука с «двумя извилинами» в мозгу. Энтомологи, которые посвятили многие тысячи часов наблюдению за насекомыми, отмечают их непредсказуемость. Они ведут себя так, как будто у них в мозгах встроен генератор случайных чисел. Люди тоже могут вести себя по-разному в одной и той же ситуации, но обычно у нас есть понимание, чем обусловлен тот или иной выбор. Создается впечатление, что люди более предсказуемы, чем насекомые!

В качестве примера наиболее разработанной теоретической концепции в области математической истории можно привести демографическую структурную теорию (Goldstone 1991; Turchin 2003; Нефедов 2005; Коротяев 2006; Turchin, Nefedov 2009). В результате исследований нескольких авторов (многие из которых пришли к этому выводу независимо друг от друга) выяснилось, что длительный демографический рост в аграрных обществах неизбежно вводит их в кризис.

Собственно, эта идея была высказана уже Т. Мальтусом (1766–1834) более двух столетий назад, но Мальтус был не вполне прав в одном. В соответствии с его теорией рост численности населения выше уровня, на котором население может прокормиться при данной степени развития аграрной технологии (так называемая «емкость среды»), приводил к кризису напрямую, посредством экономических факторов: падающей реальной заработной платы и душевого потребления, вызывающих увеличение смертности и падение рождаемости. Отметим, что в ряде случаев, скажем, в традиционном Китае, именно это зачастую и наблюдалось (см., например: Нефедов 2002; 2003).

Однако такая непосредственно мальтузианская модель может объяснить социально-демографические коллапсы сложных доиндустриальных социальных систем далеко не всегда. В работах Дж. Голдстоуна было показано, что нередко механизм кризиса может быть значительно более сложным. В частности, очень важную роль может играть перепроизвод-

ство элиты, то есть утяжеление верхушки социальной пирамиды. В результате демографического роста и перепроизводства элиты налоговые поступления государства сокращаются, а расходы, наоборот, растут. В результате государство становится банкротом, теряет контроль над аппаратом принуждения (армия, полиция), что приводит к краху государства и обычно затяжной гражданской войне (Goldstone 1991).

Социополитическая нестабильность напрямую влияет на демографию (высокая смертность и эмиграция, низкая рождаемость), а также подрывает продуктивную инфраструктуру общества (Turchin 2003; Турчин 2007). Численность населения падает, элиты частично истребляют себя в гражданских войнах, а частично скатываются вниз по социальной лестнице. В какой-то момент общество находит новое равновесие, и цикл начинается сначала. В результате мы имеем «вековые циклы» в численности населения и социополитической нестабильности. Период этих циклов – два-три столетия, но нужно отметить, что это не математические циклы с точной периодичностью. Вековые циклы возникают в результате внутренних причин и могут быть нарушены внешними силами. Поэтому особенно четкие циклы наблюдаются в очень больших империях (как Китай) или островных государствах (как Англия). В небольших государствах внутренняя динамика менее значима, чем поведение крупных соседей. Завоевание новых территорий также может нарушить периодичность, удлинив фазу роста. Например, Россия испытала аномально длинный цикл в период Романовской династии за счет завоевания с последующей колонизацией гигантских степных территорий.

В зависимости от начальных и внешних условий циклы в аграрных, доиндустриальных обществах могут развиваться по-разному, в то же самое время исключений из общего правила практически нет. Везде при превышении нагрузки на естественную среду демографический подъем сменяется кризисом. На данный момент выполнен ряд частных исследований динамики западноевропейских государств (Англия и Франция в Средние века и Новое время, Римская империя), России (от Киевской Руси до Октябрьской революции), Китая и Ближнего Востока (Месопотамия и Египет). Все исследования подтверждают прогнозы демографической структурной теории (Turchin 2003; Нефедов 2005; Коротаев 2006; Турчин 2007; Turchin, Nefedov 2009; Коротаев и др. 2010).

### **Использование математических моделей**

Многие исторические процессы подобны динамике природных экосистем. Численность населения увеличивается или сокращается, экономика растет или приходит в упадок, государства укрепляются или разваливаются. Как мы можем изучить те механизмы, которые приводят к изменениям во времени, и объяснить наблюдаемые траектории исторической динамики?

Достаточно естественным является следующий подход, показавший свою исключительно высокую эффективность при изучении множества вопросов, в особенности (но не только) в естественных науках. Этот подход заключается в том, чтобы взять некий целостный феномен и мысленно разделить его на несколько отдельных частей, которые рассматриваются как взаимодействующие. Такой подход называется «динамическим системным», потому что целостный феномен здесь рассматривается как система, состоящая из нескольких взаимодействующих компонентов (или subsystem).

В рамках динамического системного подхода мы должны математически описать, как различные subsystemы взаимодействуют друг с другом. Это математическое описание и будет представлять собой модель данной системы, при этом мы можем использовать целый ряд методов для изучения генерируемой данной моделью динамики; мы можем также протестировать модель, сопоставив динамику, предсказываемую моделью, с реально наблюдаемой динамикой.

В общем и целом модели представляют собой упрощенные описания реальности, которые абстрагируются от всей ее неисчерпаемой сложности и ограничиваются учетом лишь нескольких характеристик, рассматривающихся в качестве критически важных для понимания изучаемого феномена. Математические модели представляют собой такие описания, переведенные на очень строгий и точный язык, который, в отличие от естественных языков, не допускает какой-либо двусмысленности. Большая сила математики заключается в том, что после того, как мы сформулировали проблему на математическом языке, мы можем точно установить, что вытекает из сделанных нами допущений. Таким образом, математика представляет собой незаменимый инструмент для настоящей науки; та или иная научная отрасль может считаться достигшей теоретической зрелости только после того, как она развила необходимый математический аппарат, который обычно представляет собой систему взаимосвязанных конкретных узко сфокусированных моделей.

Концептуальное представление любого целостного феномена как взаимодействующих subsystem всегда является до некоторой степени искусственным. Данная искусственность сама по себе не может служить аргументом против любой конкретной модели той или иной системы. Все модели упрощают реальность. Ценность той или иной модели может быть установлена только при ее сопоставлении с альтернативами; при этом должно приниматься во внимание, насколько точно каждая модель описывает реальную динамику, насколько она экономна и насколько использованные в ней допущения противоречат реальности. Важно помнить, что в естественных науках известно множество очень полезных моделей, от-

носителю которых известно, что они построены на неистинных допущениях. Собственно говоря, все модели по определению не являются истинной, и это обстоятельство не может использоваться против них.

Нельзя сказать, что построение теории невозможно без математических моделей, но есть области знания, в которых без формальных моделей не обойтись. Математические модели особенно важны при исследовании динамики, потому что для динамических феноменов характерны нелинейные обратные связи, которые к тому же зачастую действуют с запаздыванием во времени (лагом). Неформальные вербальные модели могут быть вполне адекватны для предсказания динамики в тех случаях, когда предполагаемые механизмы действуют линейно или аддитивно (как, например, при экстраполяции тренда), но такие рассуждения могут привести к серьезнейшему заблуждению, когда мы имеем дело с системой, характеризующейся нелинейностью и лагами. В целом нелинейные динамические системы имеют значительно более широкий спектр поведения, чем это можно было бы себе представить на неформальном вербальном уровне. Таким образом, формальный математический аппарат оказывается совершенно незаменимым, если мы хотим строго вывести из множества допущений относительно системы предсказание ее динамического поведения.

Моделирование любой конкретной эмпирической системы является искусством в столь же высокой степени, как и наукой. Модели создаются для самых разных целей, например для компактного описания того или иного исторического процесса. Такая модель может быть применена для реконструкции возможной динамики некоторых параметров изучаемого процесса, данные о которых не сохранились. Другой вид моделирования связан с анализом исторических альтернатив (эта тема обсуждалась Л. И. Бородкиным во время круглого стола «Возможны ли математические модели в истории?» (см. об этом в журнале «Общественные науки и современность», 2004, № 3, с. 112). Кроме того, модели могут использоваться для исследования логической непротиворечивости предлагаемого объяснения и получения конкретных выводов из теории, которые могли бы быть протестированы при помощи эмпирических данных. В зависимости от поставленных нами целей мы можем конструировать разные модели одной и той же эмпирической системы.

Очень важна роль моделей для тренировки нашей интуиции, для того, чтобы обозначить пределы возможного. Приведем еще один пример из популяционной экологии (Turchin 2003). Один из основоположников экологической науки Чарльз Эльтон в 1921 г. был проездом в Норвегии, где он зашел в книжный магазин. Листая книгу о норвежских млекопитающих, которая, в частности, описывала нашествия леммингов, Эльтон обратил внимание на то, что годы нашествий чередовались крайне регуля-

но, с промежутком в 4–5 лет. Такая периодичность показалась Эльтону заслуживающей внимания (кстати, сам автор книги, видимо, не обратил внимания на эту закономерность), и он стал искать другие данные о численности млекопитающих. Большой массив данных имелся у компании Гудзонова залива, которая уже несколько столетий импортировала меха из Канады. В этих данных Эльтон обнаружил очень четкий 10-летний цикл. Так началось научное изучение популяционных циклов.

Однако самое интересное не в этом. В 1923 г. Ч. Эльтон написал статью о популяционных циклах млекопитающих и выдвинул несколько гипотез для возможного объяснения этой динамики. Прошел год, и как-то Эльтон сидел в своем кабинете в Оксфорде, когда дверь распахнулась и к нему ворвался чрезвычайно возбужденный Джулиан Хаксли, ментор Элтона и очень известный эволюционный биолог. Хаксли положил перед Эльтоном последний выпуск журнала “Nature”, где в короткой статье итальянский математик Вито Вольтерра, проанализировав модель взаимодействия хищников и жертв, доказал, что это взаимодействие приводит к циклам. Эльтон и Хаксли были потрясены – идея была для них совершенно нова. Оба они были великими учеными, но даже их интуиция не смогла вывести их на правильный путь, пока математическая модель не осветила его. В настоящее время модель «хищник – жертва» Лотки – Вольтерра изучается в обязательном порядке в любом курсе дифференциальных уравнений.

Существует несколько эвристических правил, которые помогают создавать полезные модели. Первое правило гласит: не пытайся охватить своей моделью более двух иерархических уровней. Нарушающая это правило модель пытается моделировать одновременно как динамику взаимодействия subsystem внутри системы, так и взаимодействие subsystem внутри каждой subsystem. Примером здесь могли бы служить попытки смоделировать динамику взаимодействия государств через моделирование поведения каждого из их граждан. С практической точки зрения даже у самых мощных современных компьютеров уходит много времени на моделирование поведения систем, состоящих из миллионов агентов. С концептуальной же точки зрения здесь более важным представляется то обстоятельство, что результаты такой многоуровневой симуляции интерпретируются с очень большим трудом. Практика показывает, что вопросы, связанные с математическим описанием поведения многоуровневых систем, должны решаться через отдельное рассмотрение проблем каждого уровня или, скорее, пары уровней (моделирование более низкого уровня дает понимание механизмов, а более высокого – закономерностей).

Второе общее правило заключается в стремлении к лаконичности, простоте модели. Возможно, лучшее определение научной лаконичности было дано Эйнштейном, сказавшим, что модель должна быть настолько про-

стой, насколько это возможно, но не проще этого. Конечно, очень соблазнительно попытаться включить в модель все, что мы знаем об изучаемой системе. Однако опыт снова и снова показывает, что это лучший способ завести самого себя в тупик.

Таким образом, конструирование моделей всегда требует упрощающих допущений. Это может показаться удивительным, но получаемые на их основе модели нередко дают действительно ценные результаты. Уже при помощи самых упрощенных моделей можно исследовать роль использованных в них допущений. Последующие тесты новых моделей могут помочь уточнить теорию и повысить нашу уверенность в правильности предлагаемых ею ответов. В результате мы получаем тесно связанное множество моделей и данных, используемых для оценки параметров моделей и тестирования динамики, генерируемой этими моделями. После того как набирается критическая масса моделей и данных, научная дисциплина может рассматриваться как достигшая своей зрелости (но это, конечно же, не означает, что она нашла ответы на все стоящие перед ней вопросы).

Сложной частью создания теории является выбор подлежащих моделированию механизмов, выдвижение допущений о том, как взаимодействуют различные подсистемы, отбор функциональных форм и оценка параметров. После того как эта работа проделана, работа с моделями не представляет особых сложностей, хотя на это и уходит много времени и сил. Для простых моделей можно найти аналитические решения. Однако когда модель достигает даже среднего уровня сложности, нам обычно приходится прибегать ко второму методу – к ее числовому решению при помощи компьютера.

Третий принцип заключается в использовании агентно-ориентированных имитационных моделей. Математические модели особенно нужны при изучении динамических процессов, так как нелинейные обратные связи плохо просчитываются человеческим разумом, не вооруженным формальным математическим аппаратом и компьютером.

### **Клиодинамика: новая теоретическая и математическая история**

Широко признано, что история является описательной, а не аналитической, и уж тем более не прогностической наукой (см. об этом, например: Алексеев 2009). Многие считают, что история коренным образом отличается от естественных или социальных наук, таких как экономика, в том, что в истории отсутствуют общие законы (например, так полагал К. Р. Поппер (Popper 1957)). Начиная с середины XIX в. попытки развивать аналитическую, «объяснительную» историю предпринимались за рубе-

жом и в России (здесь следует отметить школу С. П. Курдюмова, активно внедрявшую идеи нелинейной динамики и синергетики в общественные науки). За последние годы в России сформировалось междисциплинарное сообщество ученых, включающее историков, социологов, антропологов, философов, биологов и математиков, которые применяют теоретические и математические методы (систематические сравнения, формулирование и проверка гипотез, моделирование, статистическая обработка данных и построение формализованных теорий) в истории (см., например: Турчин и др. 2007; Малинецкий, Коротаев 2008; Гринин и др. 2008; Коротаев, Малков, Гринин 2010; Коротаев и др. 2010).

Недавно было предложено называть это новое направление в исторической науке клиодинамикой (Клио – муза истории) (Turchin 2003). Таким образом, клиодинамика – новая междисциплинарная область исследований, объединяющая подходы исторической макросоциологии, теоретической истории, математического моделирования долговременных социальных процессов, построения и использования исторических баз данных, исследований социальной эволюции, исторической демографии и др. Задачей клиодинамики должен стать поиск объединяющих теорий и проверка их на основе разнообразных массивов данных – исторических, археологических и прочих, вплоть до нумизматических.

### Библиография

- Гринин Л. Е., Марков А. В., Коротаев А. В. 2008.** *Макроэволюция в живой природе и обществе*. М.: ЛКИ/URSS.
- Карацуба И. В., Корукин И. В., Соколов Н. П. 2005.** *Выбирая свою историю. «Развилки» на пути России: от Рюриковичей до олигархов*. М.: Колибри.
- Коротаев А. В. 2006.** *Долгосрочная политико-демографическая динамика Египта: циклы и тенденции*. М.: Вост. лит-ра.
- Коротаев А. В., Халтурина Д. А., Малков А. С., Божевольнов Ю. В., Кобзева С. В., Зинькина Ю. В. 2010.** *Законы истории. Математическое моделирование и прогнозирование мирового и регионального развития*. 3-е изд., испр. и доп. М.: ЛКИ/URSS.
- Малинецкий Г. Г., Коротаев А. В. (ред.) 2008.** *Проблемы математической истории. Математическое моделирование исторических процессов*. М.: ЛИБРОКОМ/URSS.
- Нефедов С. А. 2002.** О теории демографических циклов. *Экономическая история. Обзорение* 8: 116–121.
- Нефедов С. А. 2003.** Теория демографических циклов и социальная эволюция древних и средневековых обществ Востока. *Восток* 3: 5–22.

- Нефедов С. А. 2005.** *Демографически-структурный анализ социально-экономической истории России. Конец XV – начало XX века.* Екатеринбург: Изд-во УГГУ.
- Турчин П. В. 2007.** *Историческая динамика: На пути к теоретической истории.* М.: УРСС.
- Турчин П. В., Гринин Л. Е., Малков С. Ю., Коротаев А. В. (ред.) 2007.** *История и Математика: концептуальное пространство и направления поиска.* М.: ЛКИ/URSS.
- Fogel R. W., Elton G. R. 1983.** *Which Road to the Past? Two Views of History.* New Haven: Yale University Press.
- Goldstone J. 1991.** *Revolution and Rebellion in the Early Modern World.* Berkeley, CA: University of California Press.
- Popper K. R. 1957.** *The Poverty of Historicism.* London: Routledge, Kegan Paul.
- Turchin P. 2003.** *Historical Dynamics: Why States Rise and Fall.* Princeton: Princeton University Press.
- Turchin P., Nefedov S. A. 2009.** *Secular Cycles.* Princeton: Princeton University Press.
- Williamson S. H. 1991.** The History of Cliometrics. *Research in Economic History*, Supplement 6: 15–31.